

Wykład V

Oddziaływanie światła z materią

Równania Maxwella

$$\operatorname{div} \vec{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}$$

prawo Gaussa
dla pola elektrycznego

$$\oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = \frac{Q}{\varepsilon \varepsilon_0}$$

$$\operatorname{div} \vec{\mathbf{B}} = 0$$

prawo Gaussa
dla pola
magnetycznego

$$\oint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{\mathbf{E}} = -\frac{d\vec{\mathbf{B}}}{dt}$$

prawo indukcji
Faradaya

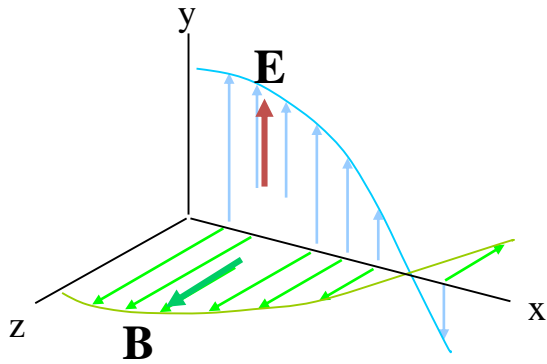
$$\oint_{\Gamma} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = -\frac{d\Phi_{\mathbf{B}}}{dt}$$

prawo Ampera-Maxwella

$$\operatorname{rot} \vec{\mathbf{B}} = \mu \mu_0 \vec{\mathbf{J}} + \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{d\vec{\mathbf{E}}}{dt}$$

$$\oint_{\Gamma} \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = \mu \mu_0 \left(I + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{d\Phi_{\mathbf{E}}}{dt} \right)$$

Fala elektromagnetyczna w próżni



$$E(x, t) = E_m \cos(\omega t - kx)$$

$$B(x, t) = B_m \cos(\omega t - kx)$$

W próżni

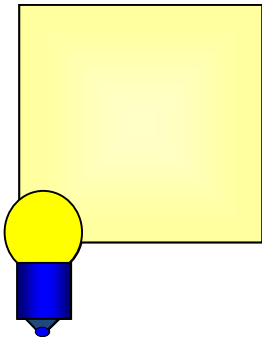
$$\frac{E(x, t)}{B(x, t)} = \frac{E_m}{B_m} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c$$

W ośrodku

$$\frac{E(x, t)}{B(x, t)} = \frac{E_m}{B_m} = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}} = \boxed{\frac{c}{n} = v}$$

Natężenie fali elektromagnetycznej

Natężenie fali I jest to średnia szybkość z jaką fala elektromagnetyczna przenosi energię przez powierzchnię prostopadłą do kierunku propagacji fali, dzielona przez powierzchnię:



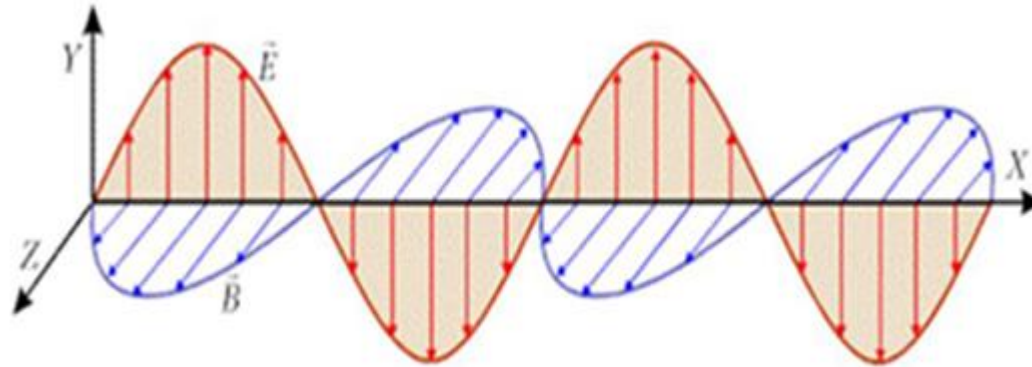
Natężenie światła:

$$I \sim E_m^2$$

przy założeniu, że

$$\mu \cong 1 \quad \rightarrow \quad n = \sqrt{\epsilon}$$

Prędkość fazowa fali em.



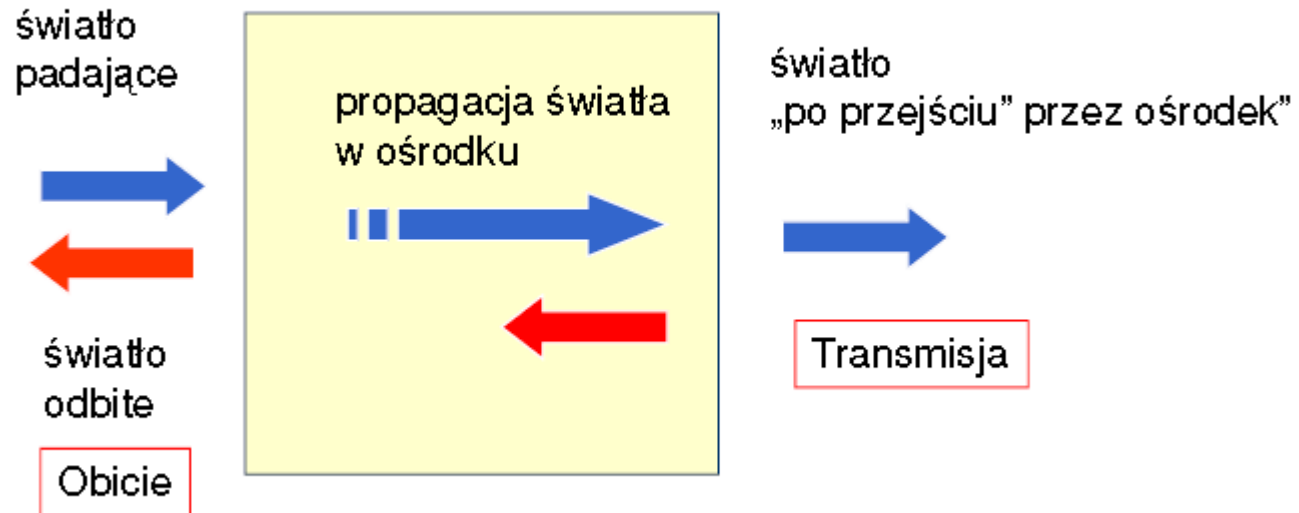
W próżni

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$$

W ośrodku

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{n}$$

Oddziaływanie światła z materią



$$P = P_R + P_T + P_\alpha \quad / \quad P$$

$$1 = R + T + \alpha$$

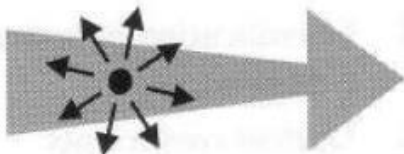
Oddziaływanie światła z materią

refraction



Załamanie – zmniejszenie prędkości światła w ośrodku; intensywność pozostaje bez zmian. Załamanie opisuje prawo Sneliusa.

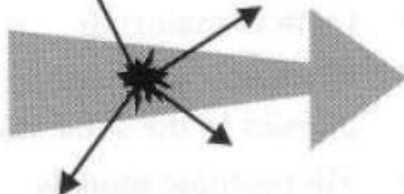
absorption and
luminescence



Absorpcja – jeśli częstość światła jest bliska częstości przejść optycznych w ośrodku; intensywność światła maleje.

Luminescencja – emisja światła przez wzbudzony ośrodek; nie zawsze towarzyszy absorpcji, ponieważ zmagazynowana energia może zostać zamieniona na ciepło zanim nastąpi emisja.

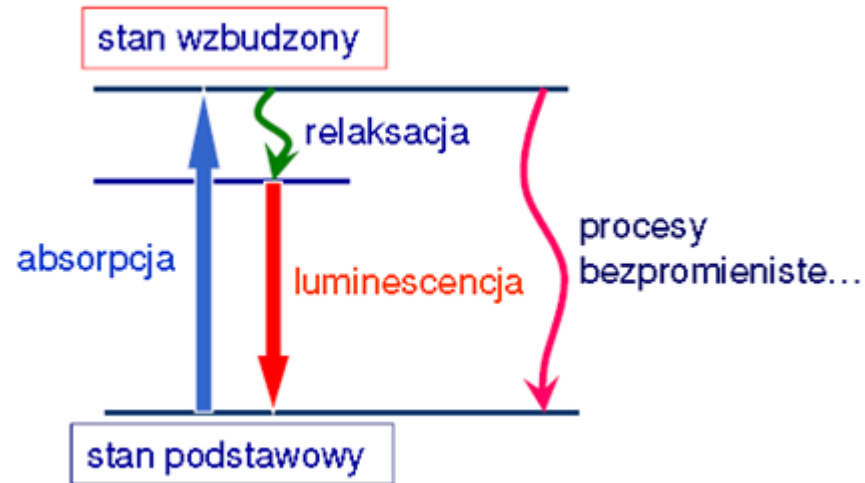
scattering



Rozpraszanie światła - liczba fotonów nie ulega zmianie, ale intensywność światła w kierunku propagacji maleje ponieważ część fotonów zmienia kierunek.
Rozpraszanie: elastyczne i nieelastyczne.

Jeśli intensywność światła jest bardzo duża, pojawiają się efekty nieliniowe.

Absorpcja i luminescencja



Przesunięcie Stokesa

Energia fotonu emitowanego jest mniejsza od energii fotonu zaabsorbowanego, zatem częstość światła emitowanego jest mniejsza od częstości światła absorbowanego. To zmniejszenie częstości światła emitowanego w stosunku do częstości światła absorbowanego nazywa się przesunięciem Stokesa.

Oddziaływanie światła z materią

Właściwości optyczne ośrodka absorbującego światło opisuje zespolona funkcja dielektryczna:

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_1 + i\epsilon_2$$

Ponieważ $\tilde{n} = \sqrt{\tilde{\epsilon}} \longrightarrow \tilde{n} = n + i\kappa$

gdzie κ to współczynnik ekstynkcji.
Po przekształceniu otrzymujemy:

$$n^2 - \kappa^2 = \epsilon_1$$

$$2n\kappa = \epsilon_2$$

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}} (\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})^{1/2}$$

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})^{1/2}$$

Małe κ - ośrodek
przezroczysty



$$n = \sqrt{\epsilon_1} \quad \kappa = \frac{\epsilon_2}{2n}$$

Pochłanianie światła (absorpcja)

Załóżmy, że na substancję pada płaska fala elektromagnetyczna monochromatyczna:

$$E = E_0 e^{i(kx - \omega t)} = E_0 e^{i\omega\left(\frac{x}{v} - t\right)} = E_0 e^{i\omega\left(\frac{x}{c}\tilde{n} - t\right)}$$
$$= E_0 \underbrace{e^{i\omega\left(\frac{x}{c}\tilde{n} - t\right)}}_{\text{zmiana fazy}} \underbrace{e^{-\frac{\omega\kappa x}{c}}}_{\text{pochłanianie}} \quad \longrightarrow \quad \kappa - \text{opisuje pochłanianie fali w ośrodku}$$

Prędkość fazowa jest zdefiniowana przez część rzeczywistą wsp. załamania: $v = c/n$

$$I \sim E_m^2 \quad I = I_0 e^{-2\frac{\omega\kappa}{c}x} = I_0 e^{-\alpha x} \quad \text{prawo Lamberta – Beera}$$

$\alpha = \frac{2\omega\kappa}{c}$ - współczynnik pochłaniania zwany także współczynnikiem absorpcji.

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ nie zależy od długości fali, κ zależy od λ , więc α też zależy od λ

n i k oraz R i α

Współczynnik odbicia jest dany wzorem:

$$R = \left| \frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right|^2 = \frac{(n - 1)^2 + \kappa^2}{(n + 1)^2 + \kappa^2}$$

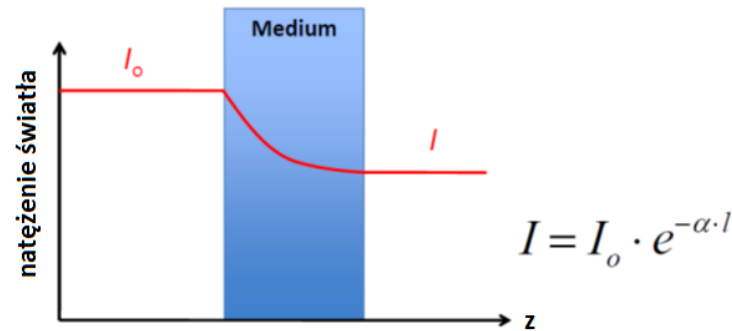
Współczynnik absorpcji:

$$\alpha = \frac{2\omega\kappa}{c}$$

Wszystkie wielkości charakteryzujące odpowiedź danego ośrodka na pole elektromagnetyczne są funkcjami częstości ω !

W ośrodkach przezroczystych pochłanianie jest bardzo słabe i κ jest bardzo małe. Stąd zwykle stabelaryzowane współczynniki załamania oraz funkcja dielektryczna dla tych ośrodków są rzeczywiste.

Wyprowadzenie prawa Lamberta-Beera



Natężenie światła $I = \frac{P}{S}$

Zmiana natężenia światła w warstwie o grubości dz : $dI(z) = -\alpha I(z) dz$

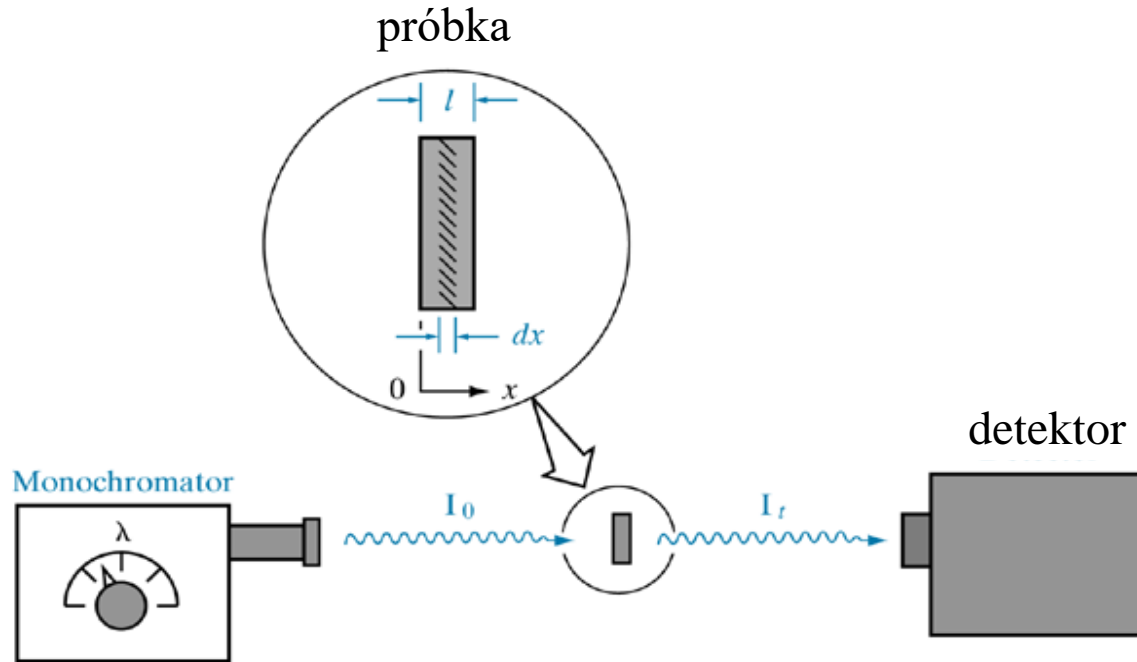
Po scałkowaniu: $I(z) = I_0 e^{-\alpha z}$

Gęstość optyczna (absorbancja) $O.D. = -\log\left(\frac{I(l)}{I_0}\right) = -\log T = \frac{\alpha l}{\ln 10} = 0,434 \alpha l$

$$\frac{\ln x}{\log x} = \ln 10$$

Absorbancja naturalna, ekstynkcja $E = \ln \frac{I_0}{I_t} = -\ln T$

Pomiar widma współczynnika absorpcji



α duże, R małe $I_t = I_0 e^{-\alpha d}$ \longrightarrow $\alpha(\lambda)$

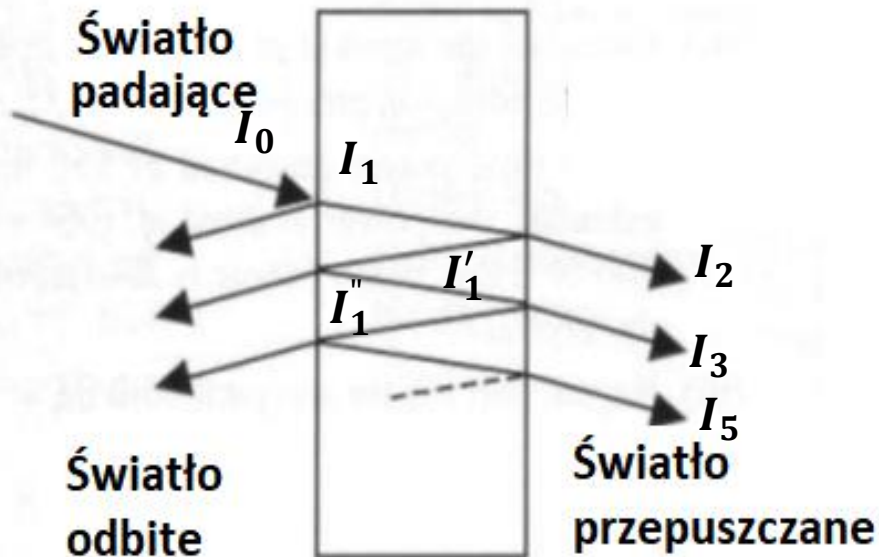
Wielkość, która określa jak światło o określonej λ wnika do ośrodka nazywa się głębokością wnikania:

$$\delta = \frac{1}{\alpha}$$

Dla tej głębokości transmitancja $\mathbf{T} = \frac{I_t}{I_0} = \frac{1}{e}$

Odbicia wielokrotne – światło niespójne

Założenie: $R_1 = R_2 = R$



$$I_1 = I_0(1 - R)$$

$$I_2 = I_1(1 - R)e^{-\alpha d} = I_0(1 - R)^2 e^{-\alpha d}$$

$$I_1' = I_1 R = I_0 R(1 - R)e^{-\alpha d}$$

$$I_1'' = I_1' R e^{-\alpha d} = I_0 R^2(1 - R)e^{-2\alpha d}$$

$$I_3 = I_1''(1 - R)e^{-\alpha d} = I_0 R^2(1 - R)^2 e^{-3\alpha d}$$

$$I_5 = I_0 R^4(1 - R)^2 e^{-5\alpha d}$$

Suma nieskończonego szeregu geometrycznego:

$$T = \frac{I_T}{I_0} = \frac{(1 - R)^2 e^{-\alpha d}}{1 - R^2 e^{-2\alpha d}}$$

α duże

$$T = (1 - R)^2 e^{-\alpha d}$$

α małe

$$T = \frac{(1 - R)^2}{1 - R^2} = \frac{1 - R}{1 + R}$$

$$R = \frac{1 - T}{1 + T}$$

Odbicia wielokrotne – światło spójne

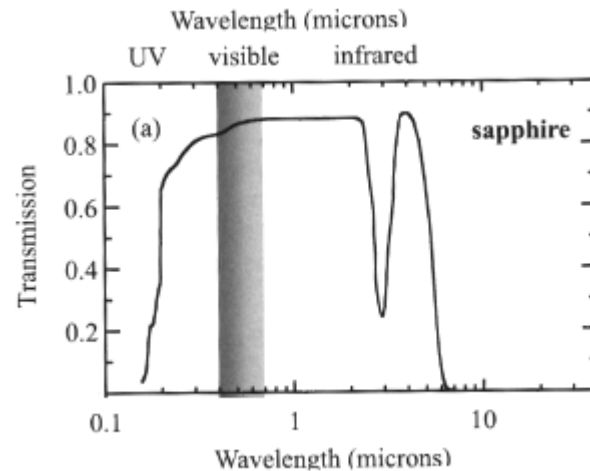
Jeśli długość koherencji $d_k > d$ \longrightarrow

$$T = \frac{I_T}{I_0} = \frac{(1 - R)^2 e^{-\alpha d}}{1 - 2Re^{-\alpha d} \cos\Phi + R^2 e^{-2\alpha d}}$$

gdzie Φ jest przesunięciem fazowym po zamknięciu jednego cyklu przejścia przez próbkę.

Jeśli $\alpha d \gg 1$ \longrightarrow $T = (1 - R)^2 e^{-\alpha d}$

Transmitancja izolatorów i półprzewodników



Al_2O_3

Wsp. załamania:

1.771 (o), 1.763 (e)

M.Fox, Optical Properties of Solids

- W zakresie, w którym absorpcja jest znikoma, można założyć, że $\tilde{n} = n = 1.77$. Wówczas współczynnik odbicia:

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 = 0.077$$

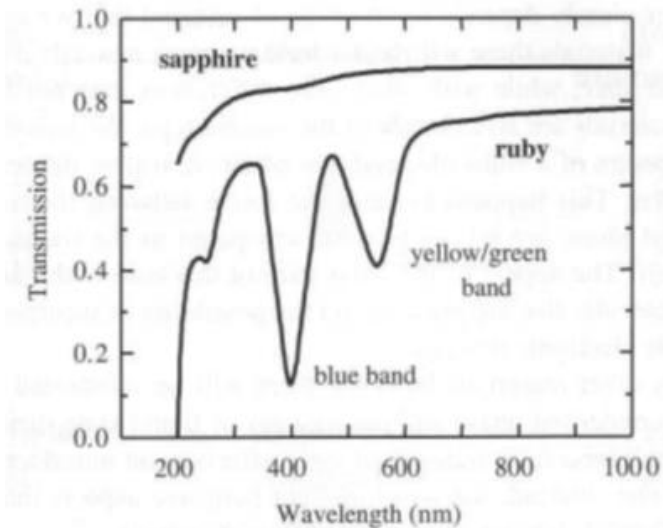
Współczynnik transmisji (transmitancja):

$$T = \frac{1-R}{1+R} = 0.86 \quad \text{Transmitancja: } T(\%) = 86\%$$

- Minimum ok. $3\mu\text{m}$ oraz spadek transmisji $> 6\mu\text{m}$ - absorpcja na drganiach sieci.
- Dla $\lambda < 0.2\mu\text{m}$ - spadek związany z krawędzią absorpcji

Transmitancja szkieł

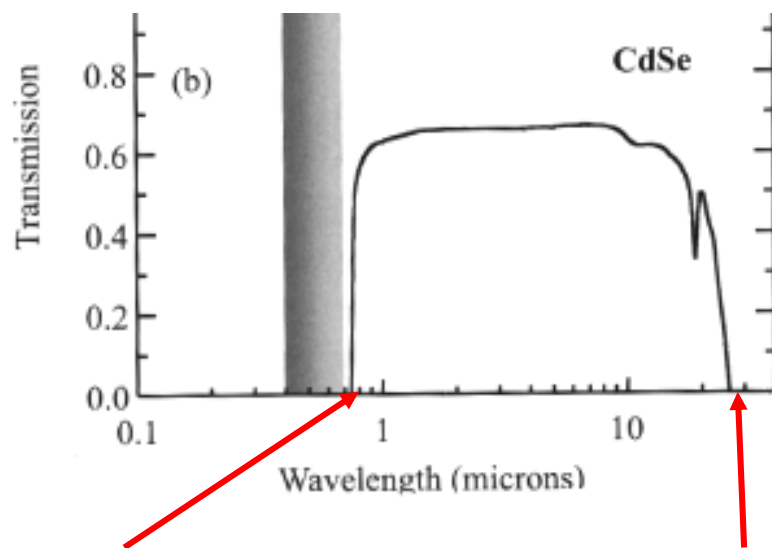
Crystal	Common name	Transparency range (μm)	Birefringent	n
Al_2O_3	sapphire	0.2 – 6	yes	1.771 (o), 1.763 (e)
BaF_2		0.2 – 12		1.476
Diamond		0.25 – > 80		2.424
KBr		0.3 – 30		1.564
KCl		0.21 – 25		1.493
KI		0.3 – 40		1.673
MgF_2		0.12 – 8	yes	1.379 (o), 1.390 (e)
NaCl	salt	0.21 – 20		1.55
NaF		0.19 – 15		1.326
SiO_2	quartz	0.2 – 3	yes	1.546 (o), 1.555 (e)
TiO_2	rutile	0.45 – 5	yes	2.652 (o), 2.958 (e)



Transmitancja szafiru (Al_2O_3 , 3mm) i rubinu (Al_2O_3 z 0.05%Cr, 6mm)



Transmitancja półprzewodników



Crystal	Transparency range (μm)	λ_g (μm)	n
Ge	1.8–23	1.8	4.00
Si	1.2–15	1.1	3.42
GaAs	1.0–20	0.87	3.16
CdTe	0.9–14	0.83	2.67
CdSe	0.75–24	0.71	2.50
ZnSe	0.45–20	0.44	2.41
ZnS	0.4–14	0.33	2.20

Absorpcja pasmo-pasmo Absorpcja na fononach

Rozpraszanie światła

Intensywność światła, które ulega rozproszeniu przy przejściu przez ośrodek o grubości z :

$$I(z) = I_0 \exp(-N\sigma_s z)$$

gdzie N – liczba centrów rozpraszających w jednostce objętości, σ_s - przekrój czynny na rozpraszanie.

Rozpraszanie Rayleigha: jeśli rozmiar centrów rozpraszających jest znacznie mniejszy od długości fali (błękit nieba)

$$\sigma_s(\lambda) \propto \frac{1}{\lambda^4}$$

Dielektryk w polu elektrycznym

Wektor polaryzacji

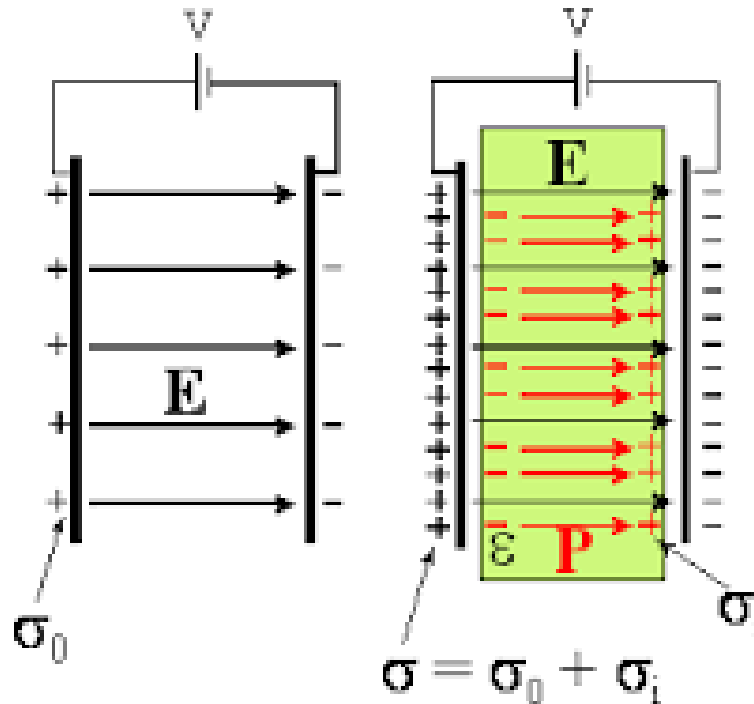
Moment dipolowy



$$\vec{p} = -e\vec{d}$$

Wektor polaryzacji

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$$



$$\sigma_0 = \epsilon_0 |\mathbf{E}|$$

$$\sigma_i = |\mathbf{P}|$$

$$\sigma = |\mathbf{D}|$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

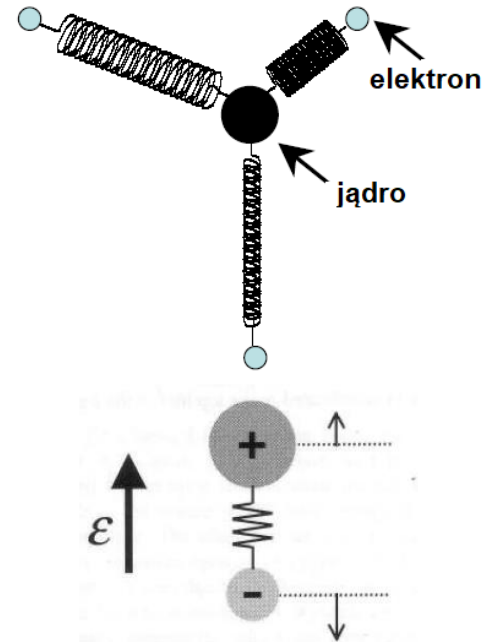
$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\epsilon_r = 1 + \chi$$

Oscylator harmoniczny w ciele stałym

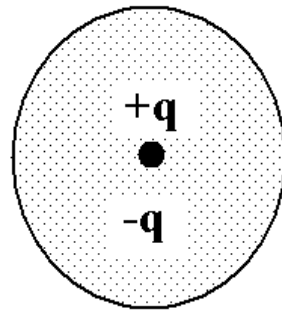
Półprzewodnik lub izolator
Oscylator - elektron związany



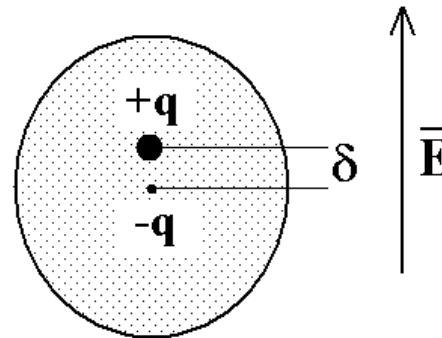
Molekuły polarne (NaCl, H₂O),
kryształy jonowe, drgania sieci

Metal
Elektrony swobodne

Oscylator Lorentza



a) model atomu



b) atom w polu elektrycznym

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{\mu}} \quad \frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_0} + \frac{1}{m_J} \quad m_J \gg m_0 \Rightarrow \mu \approx m_0$$

μ -masa zredukowana, m_0 masa elektronu, m_J masa jądra

δ rozsuniecie ładunków q i $-q$ w atomie, głównie przesunięcie elektronu ze względu na fakt, że $m_J \gg m_0$.

Dielektryki

Oscylator Lorentza z siłą tłumiącą, o częstości bliskiej ω_0

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = -eE \quad E(t) = E_0 \cos \omega t = \text{Re}(e^{-i\omega t})$$

Z rozwiązania otrzymujemy $x(t)$:

$$x(t) = \frac{-eE}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Rezonansowa polaryzacja indukowana światłem dla N atomów/jedn. objętości:

$$P_{rez} = Np(t) = -eNx(t) = \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} E$$

gdzie $p(t)$ – moment dipolowy

Dielektryki w polu elektromagnetycznym

Indukcja elektryczna $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \left(\frac{F}{m}\right)$ - przenikalność dielektryczna próżni

ε_r - względna przenikalność elektryczna – funkcja dielektryczna

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} + \vec{P}_{rez} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E} + \vec{P}_{rez}$$

Z porównania powyższych wzorów otrzymujemy:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$$

$$\varepsilon_1(\omega) = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

$$\varepsilon_2(\omega) = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

Funkcja dielektryczna w granicach

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Statyczna funkcja dielektryczna
 $\omega \ll \omega_0$

$$\varepsilon_r(0) \equiv \varepsilon_{st} = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m \omega_0^2}$$

Dla bardzo dużych częstości
 $\omega \gg \omega_0$

$$\varepsilon_r(\infty) \equiv \varepsilon_\infty = 1 + \chi$$

Ponieważ

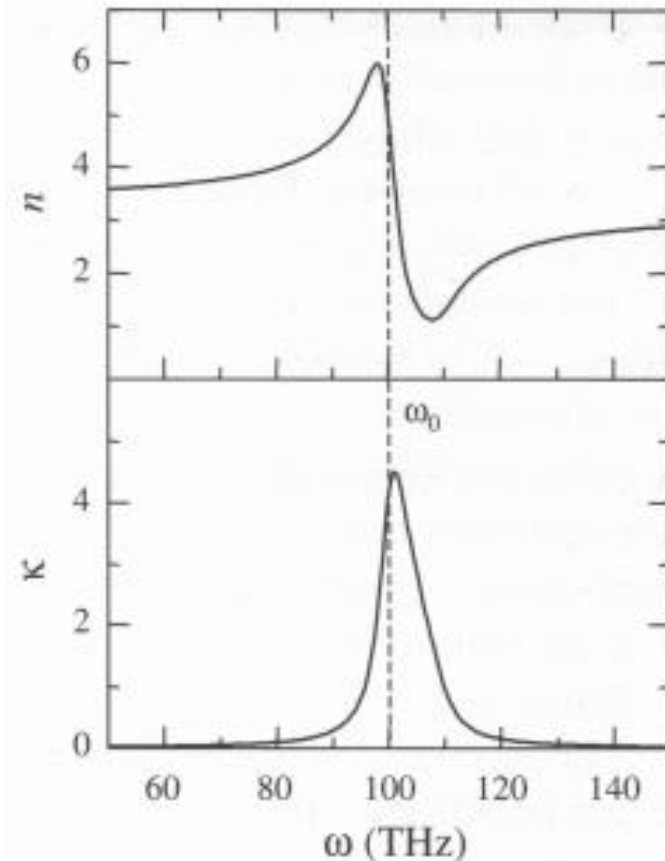
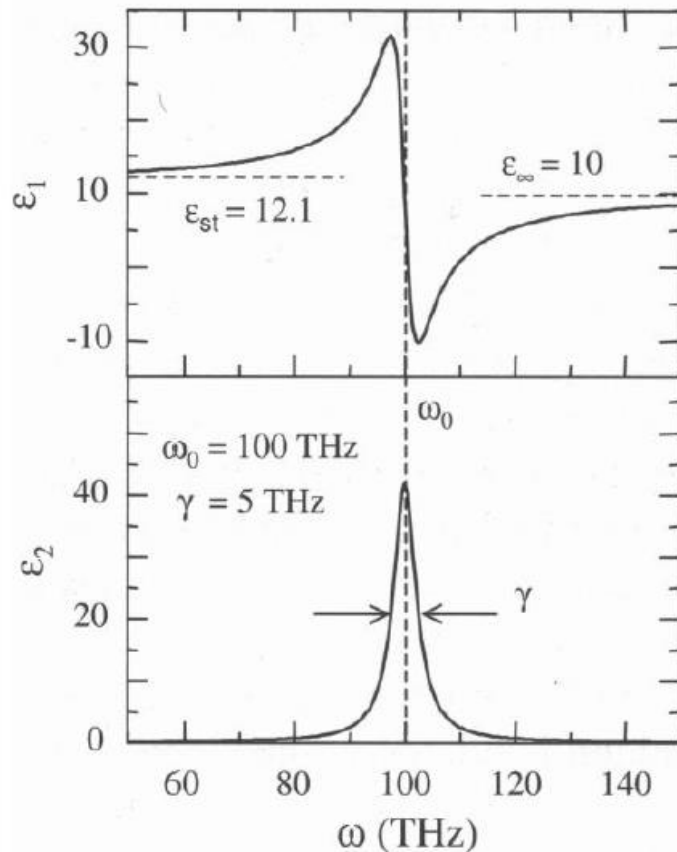
$$\varepsilon_{st} - \varepsilon_\infty = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m \omega_0^2}, \text{ to}$$

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_{st} - \varepsilon_\infty) \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Funkcja dielektryczna w pobliżu rezonansu, n i κ

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}} (\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})^{1/2}$$

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})^{1/2}$$



Gdy ośrodek posiada wiele częstości rezonansowych

Gdy ośrodek posiada wiele częstości rezonansowych ω_{0j} :

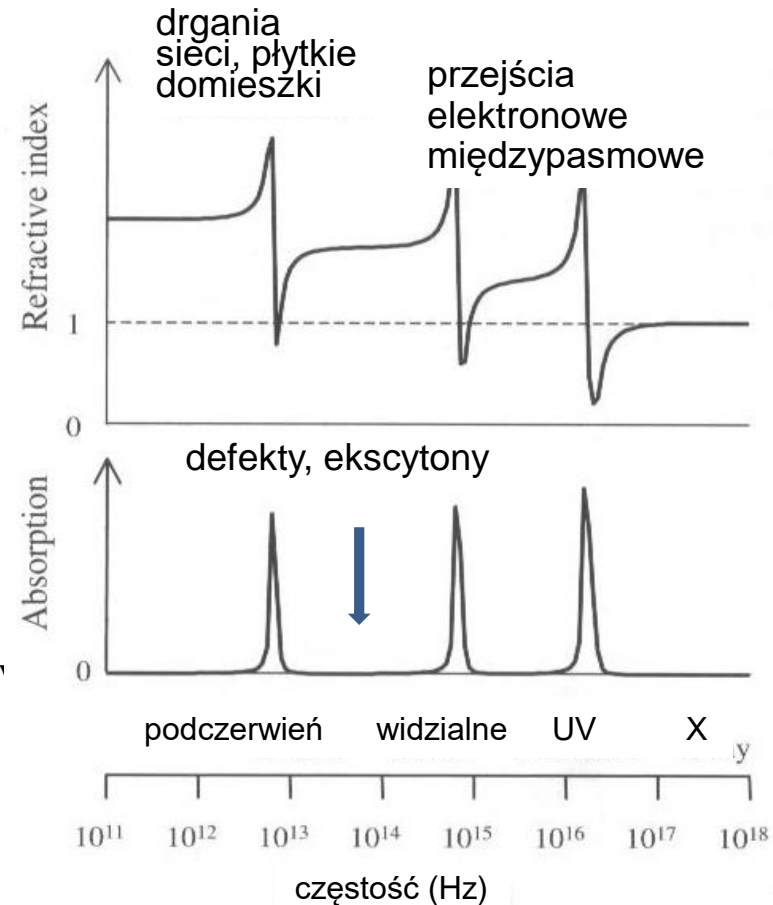
$$\vec{P}_{rez} = \frac{Ne^2}{m} \sum_j \frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega} \vec{E}$$

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega}$$

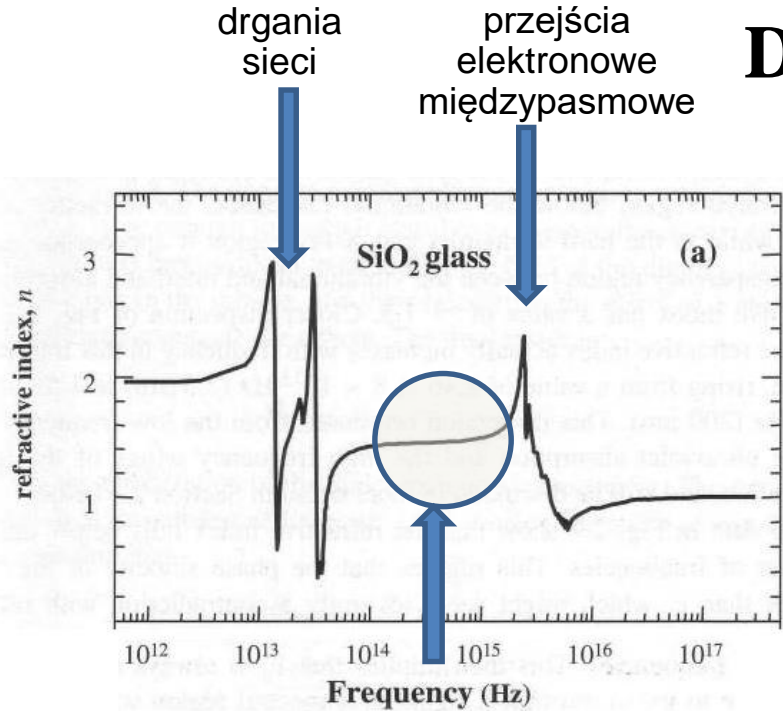
Aby uwzględnić różny wkład od różnych oscylatorów wprowadza się siłę oscylatora f_j

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_e} \sum_j \frac{f_j}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega)}$$

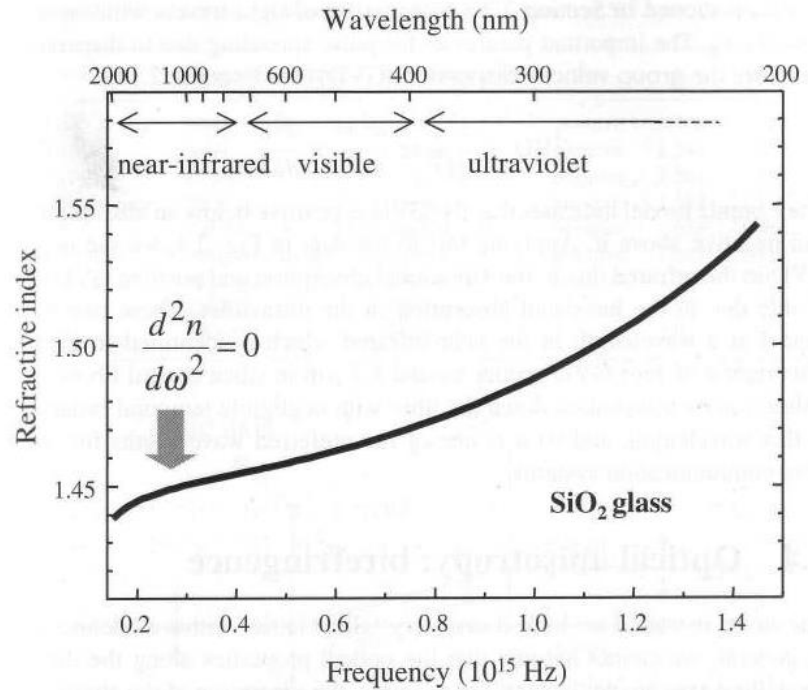
Częstości rezonansowe ω_{0j} to częstości własne układu (istnieją niezależnie od tego, czy układ oddziałuje z polem fali świetlnej, czy nie).



Dyspersja



przezroczyste dla światła widzialnego



Dyspersja normalna $\frac{dn}{d\omega} > 0$

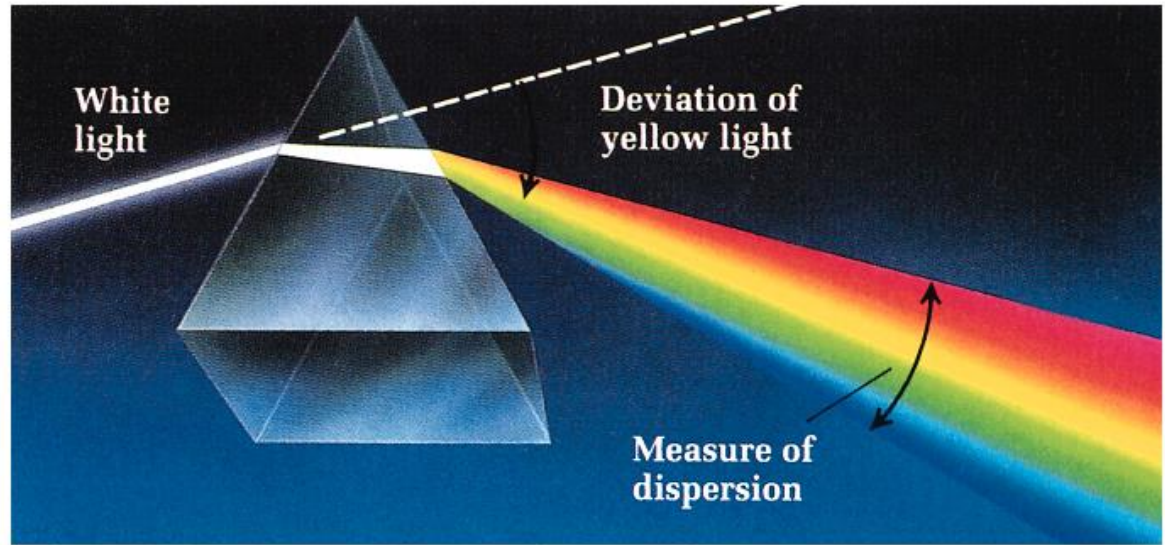
Dyspersja anomalna $\frac{dn}{d\omega} < 0$

Parametr, który decyduje o dyspersji prędkości grupowej $D = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2n}{d\lambda^2}$.

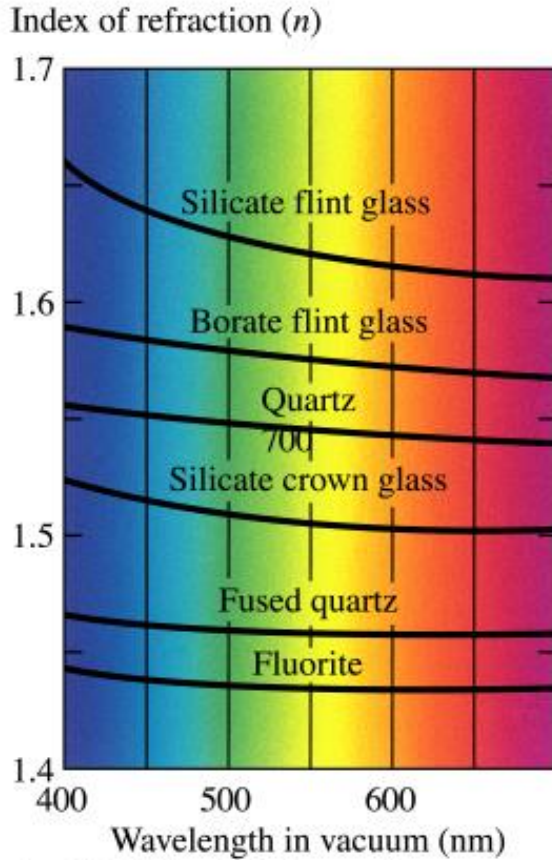
Długość fali dla której $\frac{d^2n}{d\omega^2} = 0$ dla SiO_2 $\lambda = 1300\text{nm}$.

Dyspersja (rozszczerpieenie)

$$n = f(\lambda)$$



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

$$\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \sum_j \frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2 - i\gamma_j \omega} \quad \rightarrow$$

$$n^2 = 1 + \sum_j \frac{A_j \lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_j^2)} \quad \rightarrow \quad n = C_1 + \frac{C_2}{\lambda^2} + \frac{C_3}{\lambda^4} + \dots$$

Równ. Sellmayer'a

Równ. Cauchy'ego

Metale

Właściwości:

- **połyskliwa, gładka powierzchnia**
- **ciągliwość i kowalność**
- **dobre przewodnictwo elektryczne**
- **dobre przewodnictwo cieplne**

Właściwości te wynikają z faktu, że w metalach koncentracja nośników swobodnych jest bardzo duża. Nośniki te pochodzą z powłok walencyjnych atomów metalu. Elektrony nie są związane z konkretnym jonem dodatnim i mogą się swobodnie poruszać.

Elektrony swobodne nie doświadczają siły przeciwdziałającej wychyleniu w polu elektrycznym

Model Drudego - odbicie metaliczne

Traktujemy ruch elektronu w ośrodku pod wpływem pola elektrycznego fali elektromagnetycznej, jak ruch w ośrodku z tłumieniem:

$$m_0 \frac{d^2 x}{dt^2} + m_0 \gamma \frac{dx}{dt} = -eE(t) \quad E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$$

Rozwiązanie
w dielektrykach:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Rozwiązanie dla metali:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{(\omega^2 + i\gamma\omega)}$$

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\gamma\omega)}$$

$$\omega_p = \left(\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \right)^{1/2}$$

➔ Częstość plazmowa

Słabe tłumienie $\gamma \cong 0$

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\gamma\omega)} \quad \longrightarrow \quad \varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

Wtedy dla $\omega < \omega_p$ $\tilde{n} = \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{-1 \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega^2}} = i \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega^2}} = i \sqrt{C(\omega)}$

$$R = \left| \frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right|^2 = \left| \frac{i\sqrt{C(\omega)} - 1}{i\sqrt{C(\omega)} + 1} \right|^2 = \frac{C(\omega) + 1}{C(\omega) + 1} = 1 \quad \longrightarrow \quad \text{Odbicie metaliczne}$$

Natomiast dla $\omega > \omega_p$ $\tilde{n} = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$

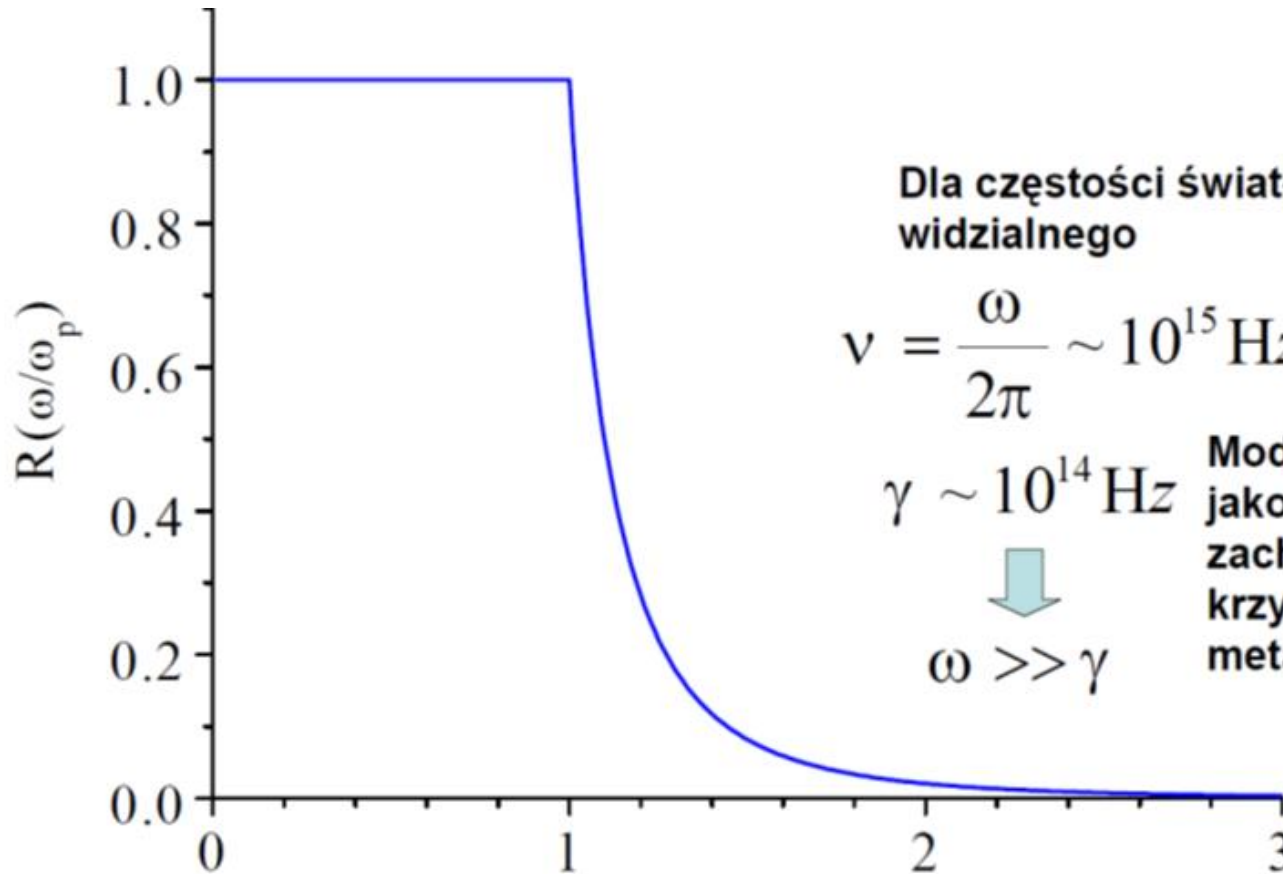
$$R = \left| \frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right|^2 = \left| \frac{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} - 1}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} + 1} \right|^2 \quad \longrightarrow \quad \text{Odbicie częściowe}$$

$\omega \rightarrow \infty, R \rightarrow 0$
 $\omega = \omega_p, R = 1$

Współczynnik odbicia dla metali i półprzewodników silnie domieszkowanych

$$\omega \rightarrow \infty, R \rightarrow 0$$

$$\omega = \omega_p, R = 1$$



Dla częstości światła z obszaru widzialnego

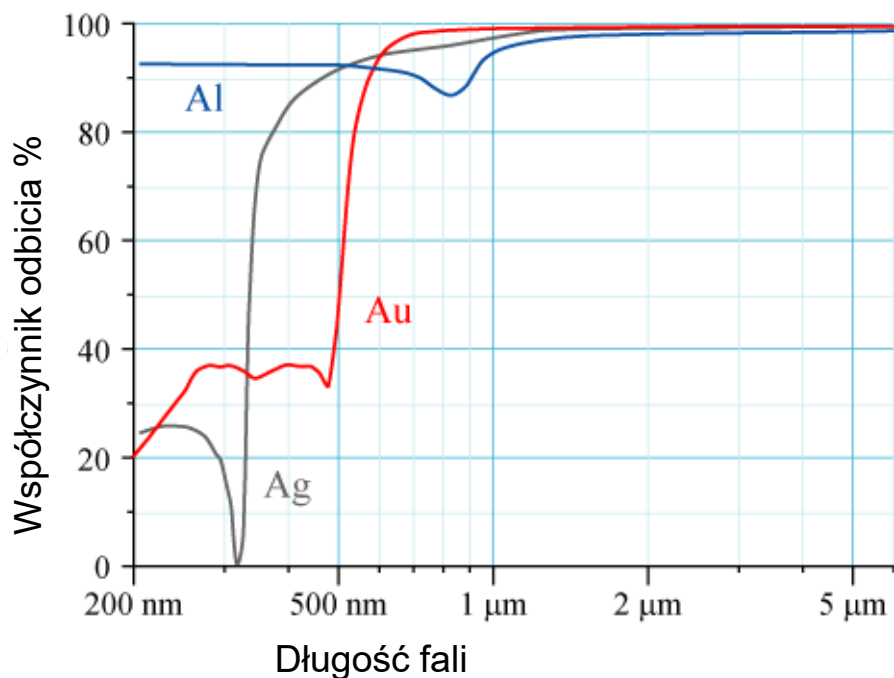
$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \sim 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\gamma \sim 10^{14} \text{ Hz}$$

↓
 $\omega \gg \gamma$

Model Drudego jakościowo opisuje zachowanie krzywej odbicia metali.

Współczynnik odbicia dla metali



Metal	Valency	N (10^{28} m^{-3})	$\omega_p/2\pi$ (10^{15} Hz)	λ_p (nm)
Li (77 K)	1	4.70	1.95	154
Na (5 K)	1	2.65	1.46	205
K (5 K)	1	1.40	1.06	282
Rb (5 K)	1	1.15	0.96	312
Cs (5 K)	1	0.91	0.86	350
Cu	1	8.47	2.61	115
Ag	1	5.86	2.17	138
Au	1	5.90	2.18	138
Be	2	24.7	4.46	67
Mg	2	8.61	2.63	114
Ca	2	4.61	1.93	156
Al	3	18.1	3.82	79

W tabeli podano częstości plazmowe obliczone ze wzoru

$$\omega_p = \left(\frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_0} \right)^{1/2}$$

Minimum odbicia dla złota ok. 500nm jest związane z absorpcją wewnątrz pasmową, która odpowiada za żółte zabarwienie złota. Dotyczy to również minimum ok. 800nm dla Al i minimum ok. 320nm dla Ag

Model Drudego - absorpcja i przewodność

Pokażemy, że $\epsilon_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega}$ gdzie σ przewodność właściwa ośrodka.

Oscylujący wektor elektryczny fali elektromagnetycznej: $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

powoduje, że elektrony w ośrodku poruszają się z prędkością, która też oscyluje.

$$* \quad m_0 \frac{d^2 x}{dt^2} + m_0 \gamma \frac{dx}{dt} = -eE(t) \quad \gamma = \frac{1}{\tau}$$

gdzie $\tau = \frac{1}{\gamma}$ - czas rozpraszania, odpowiedzialny za tłumienie.

Równanie * można zapisać: $\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{\vec{p}}{\tau} - e\vec{E}(t)$ gdzie $\vec{p} = m\vec{v}$

Rozwiązanie tego równania: $\vec{v}(t) = \frac{-e\tau}{m_0} \frac{1}{(1 - i\omega\tau)} \vec{E}(t)$

Model Drudego - absorpcja i przewodność

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + i \frac{\sigma(\omega)}{\varepsilon_0 \omega} = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2 \quad \longrightarrow$$

$$\boxed{\varepsilon_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \omega}}$$

gdzie σ przewodność właściwa ośrodka.

$$\kappa = \frac{\varepsilon_2}{2n}$$

$$\alpha = \frac{2\omega\kappa}{c}$$